

Eesti koolinoorte LXII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 15. jaanuaril 2015. a.

IX klass

Lahendamiseks on aega 3 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Jõusaalis on 12 erineva raskusega sangpommi. Nende kaalud on 4 kg, 8 kg, 12 kg, 16 kg, 20 kg, 24 kg, 28 kg, 32 kg, 36 kg, 40 kg, 44 kg ja 50 kg.

a) Kas on võimalik kõik need sangpommid jaotada kaheks rühmaks nii, et esimesse rühma kuuluvate sangpommid kogukaal oleks võrdne teise rühma kuuluvate sangpommid kogukaaluga? Kui on võimalik, siis näita, kuidas tuleb sangpommid rühmade vahel jaotada. Kui ei ole võimalik, siis selgita miks.

b) Kõik sangpommid jaotati kaheks rühmaks nii, et esimese rühma sangpommid kogukaal oli 10 kg võrra suurem teise rühma sangpommid kogukaalust. Mis rühma võis kuuluda kõige raskem sangpomm, kas ainult esimesse, ainult teise või see võis kuuluda kas esimesse või teise rühma? Selgita oma vastust.

2. Olgu a , b ja c sellised arvud, et kehtivad võrdused $\frac{a+b}{c} = 2$ ja $\frac{b+c}{a} = 3$. Leia arvu $\frac{b}{c-a}$ täpne väärtus.

3. Ristküliku $ABCD$ pindala on 13 cm^2 . Olgu punktid K , L ja M vastavalt lõikude AB , BC ja CD keskpunktid ning punkt N lõigu KL keskpunkt. Leia kolmnurga AMN pindala.

4. Laborandil oli 10 tühja katseklaasi ja soolalahusega kolb. Kõigepealt kallas ta $\frac{1}{12}$ osa kolvis olevast soolalahusest esimesse katseklaasi ning seejärel lisas kolbi samapalju vett. Siis kallas ta $\frac{1}{11}$ osa nüüd kolvis olevast soolalahusest teise katseklaasi ning seejärel lisas kolbi samapalju vett. Järgmisse katseklaasi kallas ta $\frac{1}{10}$ osa sel hetkel kolvis olevast soolalahusest ning seejärel lisas kolbi samapalju vett ja nii edasi. Üheksandasse katseklaasi kallas ta $\frac{1}{4}$ osa sel hetkel kolvis olevast soolalahusest ning seejärel lisas kolbi samapalju vett. Viimasesse katseklaasi kallas ta $\frac{1}{3}$ osa sel hetkel kolvis olevast lahusest, milles oli täpselt 3% soola. Leia esimeses katseklaasis oleva lahuse soola sisaldus protsentides.

5. Igasse ringi tuleb kirjutada üks naturaalarv nii, et lõiguga ühendatud mistahes kahte ringi kirjutatud arvud erineksid 1 või 2 võrra ning lõiguga mitteühendatud mistahes kahte ringi kirjutatud arvud ei erineks 1 või 2 võrra.

a) Tõesta, et reegli kohaselt ringidesse kirjutatud kõikide arvude summa jagub alati arvuga 5.

b) Leia üks võimalus arvude kirjutamiseks ringidesse nii, et nende kõikide summa oleks 100.

